

①大学(薬・香薬以外)・短大

② 入試区分

公募推薦Ⅰ期

③ 出題科目

数学Ⅰ

④ 出題の意図

基本的な計算問題および記述問題を出題し、各分野における基本的な内容が理解できており、さらには応用力が身に付いているかについて、下記の通り確認しようとしたものである。

問1 基本的な計算および、データ分析ができるか。

問2 基本的な式の扱いおよび、文章から式をたてる応用力を身につけているか。

問3 二次関数とグラフについて基本的な事柄を理解できているか。

問4 図形問題を解くための基本的な事柄が身につけているか。

数学 I

I 次の問い ((1)~(3)) に答えよ。

(1) 次の式 (ア, イ) を因数分解せよ。

ア $x^2 + 10x + 25$

イ $2x^2 + xy - 3x - y + 1$

(2) 次の式 (ア, イ) を計算せよ。

ア $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{6}) - (\sqrt{80} - \sqrt{54})$

イ $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |\sqrt{8} - \sqrt{12}|$

(3) 数学の試験を行ったところ、次の結果となった。

次の問い (ア, イ) に答えよ。

	人数	平均点	分散
男子 x	15	$\bar{x} = 50$	$s_x^2 = 5$
女子 y	10	$\bar{y} = 60$	$s_y^2 = 10$
全体 z	25	$\bar{z}$	s_z^2

ア 全体 z の平均点 $\bar{z}$ を求めよ。

イ 全体 z の分散 s_z^2 を求めよ。

Ⅱ 次の問い ((1)~(3)) に答えよ。

- (1) 次の不等式を解け。

$$\frac{2}{5} - \frac{x}{3} \leq \frac{3(x+2)}{10}$$

- (2) 次の不等式を解け。

$$|2x-1| \leq x+8$$

- (3) コンピュータ A は 1 分間に 5 件のデータを処理でき、価格が 7 万円である。コンピュータ B は 1 分間に 7 件のデータを処理でき、価格が 9 万円である。コンピュータ A と B をあわせて 20 台購入し、75000 件のデータを 10 時間以内に処理したい。コンピュータの購入費が 168 万円未満となるようにするとき、コンピュータ A, B をそれぞれ何台購入すればよいか。

Ⅲ 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが, (1)~(4)に示すそれぞれの特徴をもつときの定数 a, b, c の必要な条件について説明せよ。

- (1) グラフが上に凸になるとき
- (2) グラフが x 軸と共有点をもたないとき
- (3) グラフが原点を通るとき
- (4) グラフの軸が $x > 0$ の部分にあるとき

Ⅳ 次の問い ((1), (2)) に答えよ。

(1) 三角比について次の問い (ア, イ) に答えよ。

ア $1 + \tan^2 65^\circ$ と同じ値となるのはどれか。次のうちから一つ選べ。

$$\cos^2 25^\circ \quad \frac{1}{\cos^2 65^\circ} \quad \sin^2 25^\circ \quad \frac{1}{\sin^2 65^\circ}$$

イ 次の式の値を求めよ。

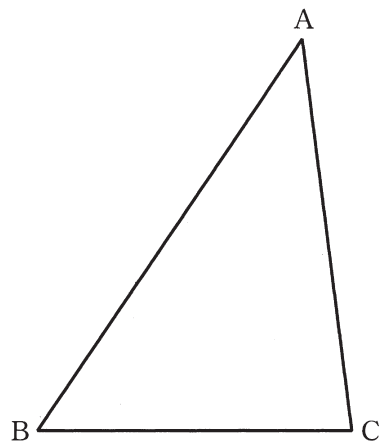
$$\tan^2 65^\circ \cdot \cos^2 65^\circ + \frac{1}{1 + \tan^2 65^\circ}$$

(2) 図の三角形 ABC では $\sin \angle CAB : \sin \angle ABC : \sin \angle BCA = 4 : 5 : 6$ が成り立つとする。この三角形について次の問い (ア～ウ) に答えよ。

ア $\cos \angle CAB$ の値を求めよ。

イ $\sin \angle CAB$ の値を求めよ。

ウ $AB = 6$ のとき, 三角形 ABC の面積 S を求めよ。



I

$$(1) \text{ ア } x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

$$\begin{aligned} \text{イ } 2x^2 + xy - 3x - y + 1 &= (x - 1)y + 2x^2 - 3x + 1 \\ &= (x - 1)y + (2x - 1)(x - 1) \\ &= (x - 1)(y + 2x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ ア } (2\sqrt{5} + 3\sqrt{6}) - (\sqrt{80} - \sqrt{54}) &= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - \sqrt{16 \cdot 5} + \sqrt{9 \cdot 6} \\ &= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{6} \\ &= 6\sqrt{6} - 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{イ } |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |\sqrt{8} - \sqrt{12}| &= (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (-\sqrt{8} + \sqrt{12}) \\ &= -\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(3) \text{ ア } \bar{z} = \frac{50 \cdot 15 + 60 \cdot 10}{15 + 10} = \frac{1350}{25} = 54$$

$$\text{イ } s_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 \text{ より}$$

$$\overline{x^2} = s_x^2 + (\bar{x})^2 = 5 + 50^2 = 2505$$

$$s_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 \text{ より}$$

$$\overline{y^2} = s_y^2 + (\bar{y})^2 = 10 + 60^2 = 3610$$

$$\bar{z}^2 = \frac{15\overline{x^2} + 10\overline{y^2}}{15 + 10} = \frac{15\overline{x^2} + 10\overline{y^2}}{25} = \frac{3\overline{x^2} + 2\overline{y^2}}{5} = \frac{3 \cdot 2505 + 2 \cdot 3610}{5} = 3 \cdot 501 + 2 \cdot 722 = 2947$$

$$s_z^2 = \overline{z^2} - (\bar{z})^2 = 2947 - 54^2 = 31$$

II

$$(1) \frac{6 - 5x}{15} \leq \frac{3(x + 2)}{10}$$

$$10(6 - 5x) \leq 45(x + 2)$$

$$60 - 50x \leq 45x + 90$$

$$-95x \leq 30$$

$$x \geq -\frac{30}{95}$$

$$x \geq -\frac{6}{19}$$

$$(2) \text{ i) } 2x - 1 \geq 0 \text{ すなわち, } x \geq \frac{1}{2} \dots\dots \text{①のとき}$$

$$2x - 1 \leq x + 8$$

$$x \leq 9 \dots\dots \text{②}$$

$$\text{ii) } 2x - 1 < 0 \text{ すなわち, } x < \frac{1}{2} \dots\dots \text{③のとき}$$

$$-(2x - 1) \leq x + 8$$

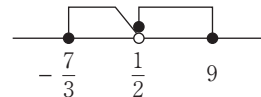
$$-2x + 1 \leq x + 8$$

$$-3x \leq 7$$

$$x \geq -\frac{7}{3} \dots\dots \text{④}$$

$$\text{①} \sim \text{④より,}$$

$$-\frac{7}{3} \leq x \leq 9$$



$$(3) \text{ コンピュータ A を } x \text{ 台とすると, コンピュータ B は } (20 - x) \text{ 台であり, 75000 件のデータを 10 時間以内に処理するので,}$$

$$\frac{75000}{60\{5x + 7(20 - x)\}} \leq 10$$

$$\frac{1250}{5x + 7(20 - x)} \leq 10$$

$$125 \leq 5x + 7(20 - x)$$

$$2x \leq 15$$

$$x \leq 7.5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

購入費が 168 万円未満となるようにするので、

$$7x + 9(20 - x) < 168$$

$$7x + 180 - 9x < 168$$

$$-2x < -12$$

$$x > 6 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より $6 < x \leq 7.5$

よって、コンピュータ A を 7 台、コンピュータ B を 13 台購入すればよい。

Ⅲ

- (1) 係数 a が負の値であること。係数 b, c についての条件はない。
(b, c については何も書かなくてもよく、間違った条件を書いた場合には減点することがある。以下同様。)
- (2) 判別式が負であればよいので $b^2 - 4ac < 0$ の条件が必要。
- (3) $y = ax^2 + bx + c$ が $y = x(Ax + B)$ (A, B は実数) のような形にかければよいので $c = 0$ の条件が必要。
- (4) 平方完成に変形すれば $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(c - \frac{b^2}{4a}\right)$ であり、軸は $x = -\frac{b}{2a}$ と表せる。これが正であるためには $\frac{b}{a} < 0$ の条件が必要である。

Ⅳ

$$(1) \text{ ア } 1 + \tan^2 65^\circ = 1 + \frac{\sin^2 65^\circ}{\cos^2 65^\circ} = \frac{\cos^2 65^\circ + \sin^2 65^\circ}{\cos^2 65^\circ} = \frac{1}{\cos^2 65^\circ}$$

$$\text{解 } \frac{1}{\cos^2 65^\circ}$$

$$\text{イ } \tan^2 65^\circ \cdot \cos^2 65^\circ + \frac{1}{1 + \tan^2 65^\circ} = \frac{\sin^2 65^\circ}{\cos^2 65^\circ} \cdot \cos^2 65^\circ + \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 65^\circ}} = \sin^2 65^\circ + \cos^2 65^\circ = 1$$

$$\text{解 } 1$$

- (2) ア 正弦定理より

$$\sin \angle CAB : \sin \angle ABC : \sin \angle BCA = BC : CA : AB = 4 : 5 : 6$$

である。このとき、

$$\frac{BC}{4} = k$$

となる実数 k を使うと、 $BC = 4k$, $CA = 5k$, $AB = 6k$ となる。

余弦定理より

$$\cos \angle CAB = \frac{(5k)^2 + (6k)^2 - (4k)^2}{2 \cdot 5k \cdot 6k} = \frac{25 + 36 - 16}{60} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\text{解 } \frac{3}{4} \text{ または } 0.75$$

- イ $\sin^2 \angle CAB + \cos^2 \angle CAB = 1$ であるので

$$\sin \angle CAB = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \angle CAB}$$

ところで、 $\sin \angle CAB > 0$ であるので、

$$\sin \angle CAB = \sqrt{1 - \cos^2 \angle CAB} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{16 - 9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{解 } \frac{\sqrt{7}}{4}$$

- ウ 三角形の面積の公式から

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot CA \cdot \sin \angle CAB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{解 } \frac{15\sqrt{7}}{4}$$